

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ 2024–2025 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 11 КЛАСС.**

БЛАНК ЗАДАНИЙ

Время выполнения – 235 минут. Максимальное кол-во баллов – 35 баллов.

ЗАДАНИЕ № 1-5.

Каждое задание оценивается в 7 баллов.

1. Можно ли натуральные числа от 1 до 100 разбить на три группы так, чтобы каждые два числа, отличающиеся на 2, 3 или 5, лежали в различных группах?

2. На каждом этаже многоэтажного дома – по одинаковому числу квартир (более одной). Лена, живущая в 87-й квартире, перестукивается через стенку со Светой из 127-й. На каком этаже они живут?

Известно, что все планировки всех подъездов одинаковы, первые этажи не заняты ничем, кроме квартир. Если подъезд не крайний, то на каждом этаже ровно две квартиры имеют общую стенку с квартирами из соседних подъездов – одна граничит с квартирой из подъезда с меньшим номером, а другая – с большим номером.

3. Известно, что приведённые квадратные трёхчлены $P(x)$ и $Q(x)$ таковы, что $P(Q(x)) = (x - 1)(x - 3)(x - 5)(x - 7)$. Найдите абсциссу вершины параболы, являющейся графиком трёхчлена $Q(x)$ (найдите все варианты и докажите, что других нет).

4. В окружность ω вписан пятиугольник $ABCDE$, в котором $BC = CD$. Биссектрисы треугольника ABC пересекаются в точке I , биссектрисы треугольника CDE — в точке J . Докажите, что если четырёхугольник $AIJE$ — трапеция, то эта трапеция равнобедренная.

5. Постройте график функции $y = \arcsin(\sin x) + \arccos(\cos x)$.